

ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ  
УРАВНЕНИЯ ВЫСОКОГО ПОРЯДКА  
С БИСЕКТОРИАЛЬНЫМ ОПЕРАТОРОМ НА  $\mathbb{R}$   
Н. М. Скрипка, В. Е. Федоров

**Аннотация.** Исследуются разрешенные относительно производной  $m$ -го порядка эволюционные линейные уравнения на прямой без начальных условий. Введен класс бисекториальных операторов. Для уравнения с бисекториальным оператором доказано существование единственного решения.

DOI: 10.25587/2411-9326-2025-2-111-112

**Ключевые слова:** дифференциальное уравнение без начальных условий, бисекториальный оператор, однозначная разрешимость.

**Бисекториальные операторы.** Для  $\theta \in (\frac{\pi}{2}, \pi]$ ,  $a \in \mathbb{R}$  обозначим  $S_{\theta,a}^+ := \{ai + re^{i\varphi} \in \mathbb{C} : \varphi \in (\frac{\pi}{2} - \theta, \frac{\pi}{2} + \theta), r > 0\}$ ,  $S_{\theta,a}^- := \{ai + re^{i\varphi} \in \mathbb{C} : \varphi \in (-\frac{\pi}{2} - \theta, -\frac{\pi}{2} + \theta), r > 0\}$ ,  $S_{\theta,a,b} := S_{\theta,a}^+ \cap S_{\theta,b}^-$  для  $a, b \in \mathbb{R}$ ,  $a < b$ .

**ОПРЕДЕЛЕНИЕ.** Пусть  $\mathcal{X}$  — банахово пространство. Линейный замкнутый оператор  $A : D_A \rightarrow \mathcal{X}$ , плотно определенный в  $\mathcal{X}$ , принадлежит классу  $\mathcal{A}_m^\pm(\theta_0, a_0, b_0)$  (т. е. является бисекториальным) при  $\theta_0 \in (\frac{\pi}{2}, \pi)$ ,  $a_0, b_0 > 0$ , если выполнены следующие два условия:

(i)  $(-i\omega)^m \in \rho(A)$  для всех  $\omega \in S_{\theta_0, -a_0, b_0}$ ;

(ii) для всех  $\theta \in (\frac{\pi}{2}, \theta_0)$ ,  $a, b > 0$ , таких, что  $-a_0 < -a < 0 < b < b_0$ , существует константа  $c(\theta, a, b) > 0$  такая, что для всех  $\omega \in S_{\theta,a,b}$

$$\|((-i\omega)^m - A)^{-1}\|_{\mathcal{L}(\mathcal{X})} \leq \frac{c(\theta, a, b)}{|\omega - 2a_0i|^m}.$$

**Теорема о разрешимости.** Эволюционные уравнения на прямой без начальных условий имеют определенный физический смысл и представляют математический интерес [1]. Рассмотрим неоднородное уравнение

$$D^m z(t) = Az(t) + f(t), \quad t \in \mathbb{R}, \quad (1)$$

с заданной функцией  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathcal{X}$ . Здесь  $m \in \mathbb{N}$ ,  $D^m$  — оператор дифференцирования  $m$ -го порядка. Обозначим для  $t \in \mathbb{R}$

$$Z_{m-1}(t) := \frac{1}{2\pi} \int_{\mathbb{R}} ((-i\omega)^m - A)^{-1} e^{-i\omega t} d\omega.$$

---

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда и Правительства Челябинской области № 24-11-20002.

**Теорема.** Пусть  $m \in \mathbb{N}$ ,  $A \in \mathcal{A}_m^\pm(\theta_0, a_0, b_0)$  для некоторого  $\theta_0 \in (\frac{\pi}{2}, \pi)$ ,  $a_0, b_0 > 0$ ,  $f \in L_1(\mathbb{R}; D_A) \cap W_1^2(\mathbb{R}; \mathcal{L})$ . Тогда функция

$$z_f(t) = \int_{\mathbb{R}} Z_{m-1}(t-s)f(s) ds$$

является единственным решением уравнения (1)

**Заключение.** В работе найдены условия однозначной разрешимости дифференциальных уравнений на  $\mathbb{R}$  с бисекториальным оператором.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Fedorov V. E., Skripka N. M. Evolution equations with Liouville derivative on  $\mathbb{R}$  without initial conditions // Mathematics. 2024. V. 12, N 4. P. 572.

Скрипка Надежда Михайловна, Федоров Владимир Евгеньевич  
Челябинский государственный университет,  
математический факультет, кафедра математического анализа,  
ул. Братьев Кашириных, 129, Челябинск 454001  
vio.nadezhda@ya.ru, kar@csu.ru

#### HIGH-ORDER DIFFERENTIAL EQUATIONS WITH BISECTORIAL OPERATORS ON $\mathbb{R}$

N. M. Skripka and V. E. Fedorov

**Abstract:** The evolutionary linear equations resolved with respect to the  $m$ -th order derivative on  $\mathbb{R}$ , without initial conditions, are investigated. A class of bisectorial operators has been introduced. The existence of a unique solution is proved for an equation with a bisectorial operator.

**Keywords:** differential equation without initial conditions, bisectorial operator, unique solvability.

Nadezhda M. Skripka, Vladimir E. Fedorov  
Chelyabinsk State University,  
Mathematics Faculty, Mathematical Analysis Department  
129 Kashirin Brothers Street, Chelabinsk 454001, Russia